NUMBER OF GENERATIONS FOR BRANEWORLDS

Kechkin O.V.

Faculty of Physics, MSU

QFTHEP'270

4.07.2025

ЧИСЛО ПОКОЛЕНИЙ ДЛЯ МИРОВ НА БРАНАХ

Кечкин О.В.

физический факультет МГУ

QFTHEP'270

4.07.2025

КОНЦЕПЦИЯ

- **ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЙ МИР МНОГОМЕРЕН;**

- **ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ БЕСКОНЕЧНЫ (НЕ СКОМПАКТИФИЦИРОВАНЫ);**

- **НАШ 4D-МИР - БРАНА - ГИПЕРПОВЕРХНОСТЬ ВЛОЖЕНИЯ С «ЖИВУЩИМИ» НА НЕЙ ПОЛЯМИ МАТЕРИИ;**

- **ЭТИ ПОЛЯ ФОРМИРУЮТ БРАНУ КАК МАТЕРИАЛЬНЫЙ ОБЪЕКТ, ОБРАЗУЯ СОЛИТОН, БЫСТРО УБЫВАЮЩИЙ ПРИ УДАЛЕНИИ ОТ ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ ВЛОЖЕНИЯ В НАПРАВЛЕНИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ («БРАНА ИМЕЕТ ТОЛЩИНУ»);**

- **СУЩЕСТВУЕТ МЕХАНИЗМ «УДЕРЖАНИЯ» ЧАСТИ МОД ВОЗБУЖДЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ ПОЛЕЙ НАД ЭТИМ СОЛИТОНОМ. ОНИ РАССМАТРИВАЮТСЯ КАК 4D-ПОЛЯ, «ЖИВУЩИЕ» НА БРАНЕ. ЭТИ МОДЫ В ОСНОВНОМ СОСРЕДОТОЧЕНЫ В МАЛОЙ ОКРЕСТНОСТИ ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ ВЛОЖЕНИЯ («ЭФФЕКТИВНАЯ КОМПАКТИФИКАЦИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ»);**

- **УДЕРЖИВАЕМЫЕ НА БРАНЕ ПОЛЯ ОБЛАДАЮТ «ЧИСЛОМ ПОКОЛЕНИЙ», ОПРЕДЕЛЯЕМЫМ ПОТЕНЦИАЛАМИ И ВЕЛИЧИНАМИ КОНСТАНТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОЛЕЙ МНОГОМЕРНОГО МИРА.**

РАССМАТРИВАЕМЫЕ МОДЕЛИ

- **5D-ТЕОРИИ НА ПЛОСКОМ ФОНЕ, МЕТРИКА:** $dS_5^2 = g_{MN} d\,x^M d\,x^N = dS_4^2 - dw^2$, $M, N = 0, \ldots, 4$, $dS_4^2 = g_{\mu\nu} d\,x^\mu d\,x^\nu$, $\mu, \nu = 0,\ldots,3$,
  $x^4 = w$ - **ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ;**

- **ГИПЕРПОВЕРХНОСТЬ ВЛОЖЕНИЯ: 4D-ГИПЕРПЛОСКОСТЬ** $w=0$;

- **МОДЕЛИ:**

i. **ПОЛЕ ХИГГСА:** $L=\frac{1}{2}\partial_M\Phi\,\partial^M\Phi-\frac{\lambda}{4}\left(\Phi^2-v^2\right)^2$;

ii. **ПОЛЕ ХИГГСА + ВЕЩЕСТВЕННОЕ СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ, ЮКАВСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ:** $L=\frac{1}{2}\partial_M\Phi\,\partial^M\Phi-\frac{\lambda}{4}\left(\Phi^2-v^2\right)^2+\frac{1}{2}\partial_M\Psi\,\partial^M\Psi-\frac{1}{2}h\,\Phi^2\Psi^2$, h =const ;

- **СОЛИТОН - КИНК:** $\Phi = v\,\tanh\left(\frac{w}{r}\right)$, $r=\sqrt{\frac{2}{\lambda v^2}}$

iii. **ПОЛЕ «АНТИ-ХИГГСА»:** $L=\frac{1}{2}\partial_M\Phi\,\partial^M\Phi+\frac{\lambda}{4}(\Phi^2-v^2)^2-\frac{\lambda v^4}{4}$, **СОЛИТОН:** $\Phi=\frac{\sqrt{2}v}{\cosh\left(\frac{w}{r}\right)}$, $r=\frac{1}{\sqrt{\lambda v^2}}$

iv. **ПОЛЕ ГАУССА:** $L=\frac{1}{2}\partial_M\Phi\,\partial^M\Phi+\frac{1}{2r^2}\Phi^2\,\log\left(\frac{\Phi}{v}\right)^2$,

СОЛИТОН: $\Phi = ve^{-\frac{w^2}{2r^2}}$

МОДЕЛЬ СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ: ОБЩИЙ ФОРМАЛИЗМ

ЛАГРАНЖИАН В 5D: $L=\frac{1}{2}(\partial\Phi)^2-V(\Phi)$

ПОЛЕ В 5D: $\Phi=\Phi(x^\mu,w)$

СОЛИТОН = «ОСНОВА» БРАНЫ: $\Phi_0=\Phi_0(w)$

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОЛЯ ϕ: $\Phi=\Phi_0+\phi$

МИР НА БРАНЕ:

ДИНАМИКА ВОЗБУЖДЕНИЯ ПОЛЯ:

$$\partial_\mu\partial^\mu\phi-\partial_w^2\phi+U\phi=0$$

УДЕРЖИВАЮЩИЙ ПОТЕНЦИАЛ:

$$U=U(w)=V''[\Phi_0(w)]$$

РАЗЛОЖЕНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ НА МОДЫ:

$$\phi=\sum XW,\quad X=X(x^\mu),\ W=W(w)$$

УСЛОВИЕ УДЕРЖАНИЯ МОДЫ НА БРАНЕ:

$$H\,W=m^2W,\quad W(\pm\infty)=0$$

$$H=p_w{}^2+U,\ \ p_w=-i\partial_w$$

ДИНАМИКА МОДЫ НА БРАНЕ:

$$\partial_\mu\partial^\mu X+m^2X=0$$

ПОЛЕ ХИГГСА

ПОТЕНЦИАЛ: $V=\frac{\lambda}{4}\left(\Phi^2-v^2\right)^2$

СОЛИТОН - КИНК: $\Phi_0=v\tanh q$, $q=\frac{w}{r}$

МИР НА БРАНЕ:

УДЕРЖИВАЮЩИЙ ПОТЕНЦИАЛ: $U=\lambda v^2[3\tanh^2 q-1]$

ЗАДАЧА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ:

$$A\,W=\alpha W, \qquad W(\pm\infty)=0$$

$$A=p^2+6\tanh^2 q-2, \qquad p=-i\partial_q$$

ГДЕ $H=\frac{\lambda v^2}{2}A$, $m^2=\frac{\lambda v^2}{2}\alpha$

МОДЫ ВОЗБУЖДЕНИЯ $(\alpha_1=0,\ \alpha_2=3)$:

$$m_1{}^2=0, \qquad W_1=\frac{1}{\cosh^2 q};$$

$$m_2{}^2=\frac{3\lambda v^2}{2}, \qquad W_2=\frac{1}{\cosh q}$$

ДВА ПОКОЛЕНИЯ:

БЕЗМАССОВАЯ + МАССИВНАЯ МОДЫ

ПОЛЕ «АНТИ-ХИГГСА»

ПОТЕНЦИАЛ: $V = \frac{\lambda v^4}{4} - \frac{\lambda}{4}(\Phi^2 - v^2)^2$

СОЛИТОН: $\Phi_0 = \frac{\sqrt{2}v}{\cosh q}$, $q = \frac{w}{r}$

МИР НА БРАНЕ:

УДЕРЖИВАЮЩИЙ ПОТЕНЦИАЛ: $U = \lambda v^2[6\ \tanh^2 q - 5]$

ЗАДАЧА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ:

$$A\,W = \alpha W, \qquad W(\pm\infty) = 0$$

$$A = p^2 + 6\ \tanh^2 q - 5, \qquad p = -i\,\partial_q$$

ГДЕ $H = \lambda v^2 A$, $m^2 = \lambda v^2 \alpha$

МОДЫ ВОЗБУЖДЕНИЯ $(\alpha_1 = -3\,, \quad \alpha_2 = 0)$:

$$m_1{}^2 = -3\lambda v^2, \qquad W_1 = \frac{1}{\cosh^2 q};$$

$$m_2{}^2 = 0, \qquad W_2 = \frac{\tanh q}{\cosh q}$$

<u>ДВА ПОКОЛЕНИЯ:</u>

<u>ТАХИОННАЯ + БЕЗМАССОВАЯ МОДЫ</u>

МЕТОД ФАКТОРИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ

$$A\,\psi = \alpha\psi$$

СПЕКТР СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ:

$$A = A_1,$$

$$A_k = a_k^{+} a_k + \alpha_k, \quad \alpha_k = \max\{\alpha_k\}$$

$$A_{k+1} = a_k a_k^{+} + \alpha_k, \quad A_{k+1} = a_{k+1}^{+} a_{k+1} + \alpha_{k+1}, \quad \alpha_{k+1} = \max\{\alpha_{k+1}\}$$

$$k = 1, 2, \ldots$$

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \ldots < \alpha_k < \alpha_{k+1} < \ldots$$

СПЕКТР СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ:

$$\varphi_k: \quad a_k \varphi_k = 0$$

$$\psi_1 = \varphi_1,$$

$$\psi_k = a_1^{+} a_2^{+} \ldots a_{k-1}^{+}\, \varphi_k$$

$$(\psi_k \neq 0\,)$$

$$A\ \psi_k = \ \alpha_k\, \psi_k$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ

ЗАДАЧА: $A\,\psi = \alpha\psi, \qquad \psi(\pm\infty)=0$

$$A = p^2 + \sigma^2 \tanh^2 q, \qquad p = -i\,\partial_q \qquad \sigma = \mathrm{const}$$

АНЗАЦ: $a_k = p + i\,\gamma_k \tanh q \qquad a_k^+ = p - i\,\gamma_k \tanh q$

$$\gamma_k = \mathrm{const}$$

РЕШЕНИЕ:

$$\alpha_1 = -\gamma_1 = \sqrt{\frac{1}{4} + \sigma^2} - \frac{1}{2}$$

РЕКУРСИЯ: $\gamma_{k+1} = \gamma_k + 1, \qquad \alpha_{k+1} = \alpha_k - 2\gamma_k - 1$

РЕШЕНИЕ: $\gamma_k = \gamma_1 + k - 1, \qquad \alpha_k = \alpha_1 - (k-1)(2\gamma_1 + k - 1)$

$$\psi_k = \frac{P_{k-1}(\tanh q)}{(\cosh q)^{-\gamma_k}}$$

P_{k-1} - ПОЛИНОМ СТЕПЕНИ k-1

КОМПАКТНОСТЬ: $\psi_k(\pm\infty)=0 \;\leftrightarrow\; \gamma_k < 0 \;\leftrightarrow$

ЧИСЛО ПОКОЛЕНИЙ $n = k_{max} = \left[\sqrt{\frac{1}{4} + \sigma^2} - \frac{1}{2}\right] = [\alpha_1]$

$(\sigma^2 = 6 \;\rightarrow n = 2)$

ПОЛЕ ХИГГСА + ВЕЩЕСТВЕННОЕ СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ

МОДЕЛЬ: $L=\frac{1}{2}\partial_M\Phi\,\partial^M\Phi - V + \frac{1}{2}\partial_M\Psi\,\partial^M\Psi - \frac{1}{2}h\,\Phi^2\Psi^2$

$$V=V(\Phi)=\frac{\lambda}{4}\left(\Phi^2-v^2\right)^2$$

СОЛИТОН: $\Phi=\Phi_0=\Phi_0(w)=v\tanh q$, $q=\frac{w}{r}$ $r=\sqrt{\frac{2}{\lambda v^2}}$,

$\Psi=\Psi_0=0$

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОЛЕЙ ϕ И ψ: $\Phi=\Phi_0+\phi$, $\Psi=\psi$

ДИНАМИКА ВОЗБУЖДЕНИЯ ПОЛЕЙ:

$$\partial_M\partial^M\phi+U\phi=0, \qquad \partial_M\partial^M\psi+\tilde{U}\,\psi=0$$

УДЕРЖИВАЮЩИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ:

$$U=U(w)=V''[\Phi_0(w)], \qquad \tilde{U}=\tilde{U}(w)=h\,\Phi_0^2=hv^2\tanh^2 q$$

ДИНАМИКА ВОЗБУЖДЕНИЯ ϕ: КАК ДЛЯ ПОЛЯ ХИГГСА (i)

ДИНАМИКА ВОЗБУЖДЕНИЯ ψ: $\tilde{A}=p^2+\tilde{\sigma}^2\tanh^2 q$, $\tilde{\sigma}^2=\frac{2h}{\lambda}$

СПЕКТР МАСС ВОЗБУЖДЕНИЯ ψ:

$$m_k^2=\frac{\lambda v^2}{2}\alpha_k=\frac{\lambda v^2}{2}\left\{(2k-1)\left(\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{2h}{\lambda}}-\frac{1}{2}\right)-(k-1)^2\right\}>0$$

ЧИСЛО ПОКОЛЕНИЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ ψ:

$$n=\left[\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{2h}{\lambda}}-\frac{1}{2}\right]$$

ПОЛЕ ГАУССА

ПОТЕНЦИАЛ: $V=-\frac{1}{2r^2}\Phi^2\ \log\left(\frac{\Phi}{v}\right)^2$

СОЛИТОН - ГАУССИАНА: $\Phi_0=ve^{-\frac{q^2}{2}}\ ,\quad q=\frac{w}{r},\quad r=const$

МИР НА БРАНЕ:

УДЕРЖИВАЮЩИЙ ПОТЕНЦИАЛ: $U=\frac{1}{r^2}\left(q^2-3\right)$

ЗАДАЧА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ:

$$A\,W=\alpha W,\qquad W(\pm\infty)=0$$

$$A=p^2+q^2-3,\qquad p=-i\partial_q$$

ГДЕ $H=\frac{\lambda v^2}{2}A,\quad m^2=\frac{1}{r^2}\alpha$

СПЕКТР МАСС МОД ВОЗБУЖДЕНИЯ: $(\ \alpha_k=2(k-1)\ )$

$$m_k^2=\frac{2}{r^2}(k-1),\quad k=0,\ 1,\ \dots$$

БЕСКОНЕЧНОЕ ЧИСЛО ПОКОЛЕНИЙ:

$k=0$ - тахион

$k=1$ - безмассовая мода

$k\geq 2$ - массивные состояния

РЕЗУЛЬТАТЫ

- **С использованием метода факторизации в явном виде построены миры на бранах для пятимерных систем Хиггса, «АнтиХиггса», Гаусса и связанных юкавским взаимодействием хиггсовского и вещественного скалярного полей.**

- **Эти миры содержат определённое число тахионных, безмассовых и массивных мод возбуждения - «поколений» соответствующих полей.**

- **Для системы с юкавским взаимодействием показано, что число «поколений» скалярного поля определяется величиной константы связи этого поля с формирующим брану полем Хиггса. Большим числом «поколений» обладают сильносвязанные системы; в случае достаточно слабой связи поколение может оказаться единственным и даже отсутствовать из-за недостаточной эффективности удерживающего потьенциала.**

ЛИТЕРАТУРА:

1. В.А. Рубаков, Классические калибровочные поля. Бозонные теории, URSS, Москва, 2010.

2. Р. Раджараман, Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля, МИР, Москва, 1985.

3. Х. Грин, Матричная квантовая механика, МИР, Москва, 1968.

4. Kechkin O.V., Chaos, Solitons and Fractals 177, p. 114239, Pergamon Press Ltd, United Kingdom, 2023.

5. Kechkin O.V., Chaos, Solitons and Fractals 177, p. 114231, Pergamon Press Ltd, United Kingdom, 2023.

6. Kechkin O.V., Number of generations for scalar-scalar braneworlds, Chaos, Solitons and Fractals, in production, 2025.

СПАСИБО

ЗА

ВНИМАНИЕ!