О доинфляционном влиянии полей тёмного сектора на космологические возмущения

Ольга Геннадьевна Панина

Самарский государственный аэрокосмический университет

29 сентября 2011

$w = p/\rho$	*Описываемое вещество*
$w = 1$	предельно жёсткое состояние вещества
$0 < w < 1$	идеальная жидкость
$w = 1/3$	излучение (ЭМВ, реликтовое)
$w = 0$	обычное вещество, тёмная материя (ТМ)
$w = -1/3$	нет гравитации и антигравитации (космические струны)
$w < -1/3$	тёмная энергия (ТЭ)
$w = -2/3$	(доменные стенки, топологические дефекты)
$-1 < w < -1/3$	квинтэссенция (Q)
$w = -1$	квазивакуум, космологическая постоянная (Λ)
$w < -1$	фантомная тёмная энергия (Ph, T)
$w \neq const$	динамическая тёмная энергия

- [V. Sahni, A. Starobinsky, 2000, 2006, 2010] $\Lambda \neq 0$, модели ТЭ
- [E. J. Copeland, M. Sami, S. Tsujikawa, 2006] Λ, модели ТЭ
- [S. Ray et. al., 2007] динамическая $\Lambda(t)$
- [S. Tsujikawa, 2010] модели ТЭ, взаимодействие полей ТС
- [M. Sami, 2005, 2009] Λ, модели ТЭ, мир на бране

- [J. Schwinger, 1957] триплет π-мезонов дополняется неизвестным σ синглетом (нестабильным)
- [T. H. R. Skyrme, 1958] дополнительное мезонное поле ϕ_4 – σ-поле

$$\sum_{\rho=1}^{4} \phi_\rho^2(x) = Q^2, \qquad Q = const$$

- [M. Gell-Mann & M. Levy, 1960] реализация киральной группы на многообразии

$$\sigma^2(x) + \vec{\pi}^2(x) = f_\pi^2, \qquad f_\pi = const$$

- [А. А. Белавин, А. М. Поляков, 1975], [K. Pohlmeyer, 1976], [D. J. Gross, 1978] решения в SO(3)-инвариантной НСМ
- [Г. Г. Иванов, 1983], [Г. Г. Иванов, С. В. Червон, 1987] решения инвариантно–групповым методом в SO(3)- и SO(4)-инвариантных НСМ, метод изометрического погружения
- [С. В. Червон, 1986] точные решения в самогравитирующей SO(N)-инвариантной НСМ

Самогравитирующая НСМ с потенциалом $W(\varphi^C)$

Лагранжиан системы киральных (скалярных) полей:

$$\mathcal{L}_{NSM} = \frac{1}{2} h_{AB}(\varphi^C)\varphi^A_{,\mu}\varphi^B_{,\nu}g^{\mu\nu} - W(\varphi^C), \tag{1}$$

действие:

$$S_{NSM} = \int_{\mathcal{M}} d^m x\sqrt{-g}\left(\frac{R+2\Lambda}{2\kappa} + \mathcal{L}_{NSM}\right). \tag{2}$$

При варьировании действия S_{NSM} по полям φ^C получаем уравнения движения

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu(\sqrt{-g}\varphi^{,\mu}_A) - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{BC}(\varphi^A)}{\partial\varphi^A}\phi^C_{,\mu}\phi^B_{,\nu}g^{\mu\nu} + \frac{\partial W(\varphi^C)}{\partial\phi^A} = 0, \tag{3}$$

число которых совпадает с количеством полей – компонентов НСМ. Уравнения Эйнштейна в этом случае приводятся к виду

$$R_{\mu\nu} = \kappa(h_{AB}(\phi^C)\varphi^A_{,\mu}\varphi^B_{,\nu} - g_{\mu\nu}W(\varphi^C)) + \Lambda g_{\mu\nu}. \tag{4}$$

Инфляционный сценарий с одним скалярным полем

Интеграл действия скалярного поля, минимально взаимодействующего с гравитацией:

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{R}{2\kappa}+\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\varphi_{,\mu}\varphi_{,\nu}-V(\varphi)\right). \tag{5}$$

Варьируя действие S по полю φ, получаем динамическое уравнение скалярного поля

$$\ddot{\varphi}+3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\varphi}+\frac{\partial V(\varphi)}{\partial\varphi}=0, \tag{6}$$

где $a\equiv a(t)$ – масштабный фактор, точка – производная по времени. Уравнения Эйнштейна в классе метрик ФРУ с линейным элементом $ds^2=dt^2-a^2(t)d\mathbf{x}^2$ примут вид ($\epsilon=0,\pm1$):

$$\frac{\ddot{a}}{a}+2\frac{\dot{a}^2}{a^2}+2\frac{\epsilon}{a^2}=\kappa V(\varphi)-\Lambda, \tag{7}$$

$$-3\frac{\ddot{a}}{a}=\kappa(\dot{\varphi}^2-V(\varphi))+\Lambda. \tag{8}$$

Двухкомпонентная НСМ с потенциалом $W(\phi,\psi)$

Метрика кирального пространства:

$$d\sigma^2 = h_{11}(\phi,\psi)d\phi^2 + 2h_{12}(\phi,\psi)d\phi d\psi + h_{22}(\phi,\psi)d\psi^2. \qquad (9)$$

Положим $h_{11}=1$, $h_{12}=0$. Уравнения на киральные поля в однородной и изотропной Вселенной с пространственно–плоской метрикой ФРУ:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial\phi}\dot{\psi}^2 + \frac{\partial W(\phi,\psi)}{\partial\phi} = 0, \qquad (10)$$

$$\frac{d}{dt}\left(h_{22}\dot{\psi}\right) + 3H\left(h_{22}\dot{\psi}\right) - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial\psi}\dot{\psi}^2 + \frac{\partial W(\phi,\psi)}{\partial\psi} = 0, \qquad (11)$$

где $H=\dfrac{\dot{a}}{a}$ – параметр Хаббла. Уравнения Эйнштейна:

$$H^2 = \frac{\kappa}{3}\left[\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}\dot{\psi}^2 + W(\phi,\psi)\right], \qquad (12)$$

$$\dot{H} = -\kappa\left[\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}\dot{\psi}^2\right]. \qquad (13)$$

Слабые поля ТС в эпоху инфляции: $\delta\phi \sim \varphi^C$

Действие, ϕ – инфлатон, поля ТС φ^C эффективно описываются НСМ:

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left[\frac{R}{2\kappa} + \frac{1}{2}\phi_{,\mu}\phi_{,\nu}g^{\mu\nu} - V(\phi) + \mathcal{L}_{NSM} \right]. \qquad (14)$$

Уравнения Эйнштейна на возмущения:

$$\delta G^\nu_\mu = \kappa(\delta T^\nu_\mu + \Theta^\nu_\mu); \qquad T_{\mu\nu} = \phi_{,\mu}\phi_{,\nu} - g_{\mu\nu}\left(\frac{1}{2}\phi_{,\alpha}\phi^{,\alpha} - V(\phi)\right), \qquad (15)$$

$$\Theta_{\mu\nu} = \psi_{,\mu}\psi_{,\nu} + h_{22}\chi_{,\mu}\chi_{,\nu} - g_{\mu\nu}\left(\frac{1}{2}\psi_{,\alpha}\psi^{,\alpha} + \frac{1}{2}h_{22}\chi_{,\alpha}\chi^{,\alpha} - W_{12}\right). \qquad (16)$$

- Потенциал взаимодействия. $W(\phi,\psi,\chi) = V(\phi) + W_{12}(\psi,\chi)$. Предполагая $W_{12}(\psi,\chi) \ll V(\phi)$, получаем $W \approx V(\phi)$.
- Кинетическая энергия. $K(\phi,\psi,\chi) = K_0(\phi) + K_{12}(\psi,\chi)$, где $K_0(\phi) = \frac{1}{2}\phi_{,\alpha}\phi^{,\alpha}$, $K_{12}(\psi,\chi) = \frac{1}{2}\psi_{,\alpha}\psi^{,\alpha} + \frac{1}{2}h_{22}\chi_{,\alpha}\chi^{,\alpha}$. Предполагая $K_{12} \ll K_0$, получаем $K \approx K_0$.

Уравнения в конформном времени η, $dt = a(\eta)d\eta$

Фоновые уравнения Эйнштейна в пространственно–плоской метрике ФРУ:

$$\mathcal{H}' - \mathcal{H}^2 = -\kappa K_0, \qquad 3\mathcal{H}^2 = \kappa(K_0 + a^2 V(\phi)), \tag{17}$$

штрих – производная по конформному времени.
Невозмущённое уравнение на скалярное поле:

$$\phi'' + 2\mathcal{H}\phi' + a^2 \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} = 0. \tag{18}$$

Динамические уравнения киральных полей ТС на фоне гравитационного поля, порождённого инфлатоном:

$$\psi'' + 2\mathcal{H}\psi' - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial \psi}\chi'^2 + a^2 \frac{\partial W_{12}}{\partial \psi} = 0, \tag{19}$$

$$h_{22}(\chi'' + 2\mathcal{H}\chi') + h'_{22}\chi' - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial \chi}\chi'^2 + a^2 \frac{\partial W_{12}}{\partial \chi} = 0. \tag{20}$$

Возмущения гравитационного поля Φ и инфлатона $\phi = \phi_0 + \delta\phi$

Возмущённая метрика пространства–времени:

$$ds^2 = a^2(\eta)\left\{(1+2\Phi)d\eta^2 - (1-2\Phi)\gamma_{ij}dx^i dx^j\right\}. \tag{21}$$

Уравнения на возмущения гравитационного поля и инфлатона $\delta\phi$:

$$\Phi'' - \nabla^2\Phi + 2\Phi'\left(\mathcal{H} - \frac{\phi_0''}{\phi_0'}\right) + 2\Phi\left(\mathcal{H}' - \mathcal{H}\frac{\phi_0''}{\phi_0'}\right) + \kappa W_{12} = 0, \tag{22}$$

$$\delta\phi = \frac{2}{\kappa\phi_0'}(\Phi' + \mathcal{H}\Phi). \tag{23}$$

Динамическое уравнение для возмущений инфлатона:

$$\delta\phi'' + 2\mathcal{H}\delta\phi' - \nabla^2\delta\phi + a^2 V_{,\phi\phi}\delta\phi = 0. \tag{24}$$

Параметры «слабого» источника возмущений, эффективно описывающегося НСМ

Фоновое уравнение инфлатона

$$\phi_0'' + 2\mathcal{H}\phi_0' + a^2 V_{,\phi} = 0. \tag{25}$$

Экспоненциальная инфляция $a(\eta) = -1/(h_* \eta)$, $\mathcal{H}(\eta) = -1/\eta$, $\phi_0 = const$, $V(\phi) = const$.
Уравнение для гравитационного потенциала Φ:

$$\Phi'' - \nabla^2\Phi + \kappa W_{12}(\eta) = 0. \tag{26}$$

Пусть $h_{22} = \pm\psi^2$ (знак «$-$» в случае фантомного поля χ), тогда система уравнений полей ТС:

$$\psi'' + 2\mathcal{H}\psi' \mp \psi\chi'^2 + a^2 W_{,\psi} = 0, \tag{27}$$

$$\psi^2(\chi'' + 2\mathcal{H}\chi') + 2\psi\psi'\chi' + a^2 W_{,\chi} = 0. \tag{28}$$

Решения в длинноволновом приближении

Решения ($h_*, \beta, \gamma, W_*, C_i$ – постоянные) при $W_{,\chi} = 0$:

$$W(\psi) = \pm\frac{h_*^2\gamma^2}{4\beta^2}\psi^4 + h_*^2\psi^2 + W_*, \tag{29}$$

$$\psi = \beta\eta, \quad \chi = \gamma\eta + const; \tag{30}$$

$$\Phi = C_2\eta \mp \frac{\kappa(h_*\beta\gamma)^2}{120}\eta^6 - \frac{\kappa(h_*\beta)^2}{12}\eta^4 - \frac{\kappa W_*}{2}\eta^2, \tag{31}$$

$$\delta\phi = C_1\eta^3 + C_3. \tag{32}$$

$$W(\psi) = \frac{h_*^2(9 \pm 4\gamma^2)}{8}\psi^2 + W_*, \tag{33}$$

$$\psi = \beta\eta^{3/2}, \quad \chi = \gamma\ln\eta + const; \tag{34}$$

$$\Phi = C_2\eta - \frac{\kappa(h_*\beta)^2}{160}(9 \pm 4\gamma^2)\eta^5 - \frac{\kappa W_*}{2}\eta^2, \tag{35}$$

$$\delta\phi = C_1\eta^3 + C_3. \tag{36}$$

Решения в длинноволновом приближении

Решения ($h_*, \beta, \gamma, W_*, C_i$ – постоянные) при $W_{,\chi} = 0$:

$$W(\psi) = h_*^2\psi^2 \pm h_*^2\beta\gamma^2\psi + W_*, \qquad K(\eta) = \frac{1}{2}h_*^2\beta^2\eta^2(4\eta^2 \pm \gamma^2), \qquad (37)$$

$$\psi = \beta\eta^2, \quad \chi = \frac{\gamma}{\eta} + const, \qquad W(\eta) = h_*^2\beta^2\eta^2(\eta^2 \pm \gamma^2) + W_*. \qquad (38)$$

$$\Phi = C_2\eta - \frac{\kappa(h_*\beta)^2}{30}\eta^6 \mp \frac{\kappa(h_*\beta\gamma)^2}{12}\eta^4 - \frac{\kappa W_*}{2}\eta^2, \quad \delta\phi = C_1\eta^3 + C_3. \qquad (39)$$